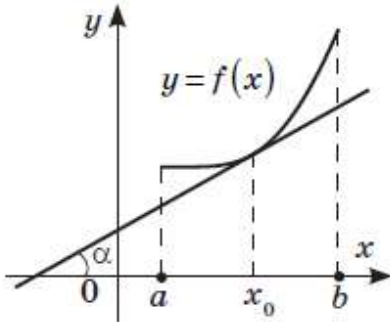
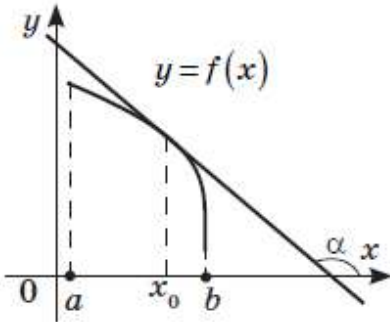
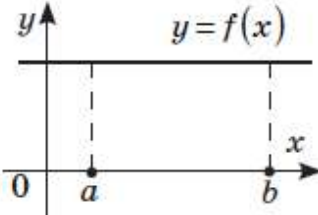


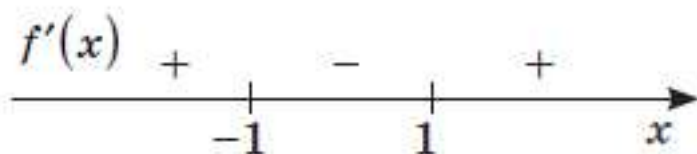
Застосування похідної до знаходження проміжків зростання (спадання) функції та екстремумів функції. Монотонність і сталість функції	
Достатня умова зростання функції	Достатня умова спадання функції
 $0^\circ < \alpha < 90^\circ \quad f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha > 0$ Якщо в кожній точці інтервалу $(a; b)$ $f'(x) > 0$, то функція $f(x)$ зростає на цьому інтервалі	 $90^\circ < \alpha < 180^\circ \quad f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha < 0$ Якщо в кожній точці інтервалу $(a; b)$ $f'(x) < 0$, то функція $f(x)$ спадає на цьому інтервалі
Необхідна й достатня умова сталості функції	
	Функція $f(x)$ є сталою на інтервалі $(a; b)$ тоді й тільки тоді, коли $f'(x) = 0$ в усіх точках цього інтервалу
Критичні точки	
Означення	Приклад
Критичними точками функції називають внутрішні точки її області визначення, у яких похідна функції дорівнює нулю або не існує	$f(x) = x^3 - 12x \quad (D(f) = \mathbb{R})$ $f'(x) = 3x^2 - 12$ — існує на всій області визначення. $f'(x) = 0$ при $3x^2 - 12 = 0$, $x^2 = 4$, $x = \pm 2$ — критичні точки

Приклад. Дослідимо функцію $f(x) = x^3 - 3x$ на зростання і спадання.

Розв'язання

- Область визначення заданої функції — усі дійсні числа ($D(f) = \mathbb{R}$).
- Похідна $f'(x) = 3x^2 - 3$.
- Похідна існує на всій області визначення функції. $f'(x) = 0$, якщо $3x^2 - 3 = 0$, тобто при $x = 1$ або $x = -1$.

4. Розв'язуємо нерівності $f'(x) > 0$ і $f'(x) < 0$ на області визначення функції $f(x)$ методом інтервалів. Для цього позначаємо точки 1 і -1 на області визначення функції $f(x)$ і знаходимо знак $f'(x)$ у кожному з одержаних проміжків.

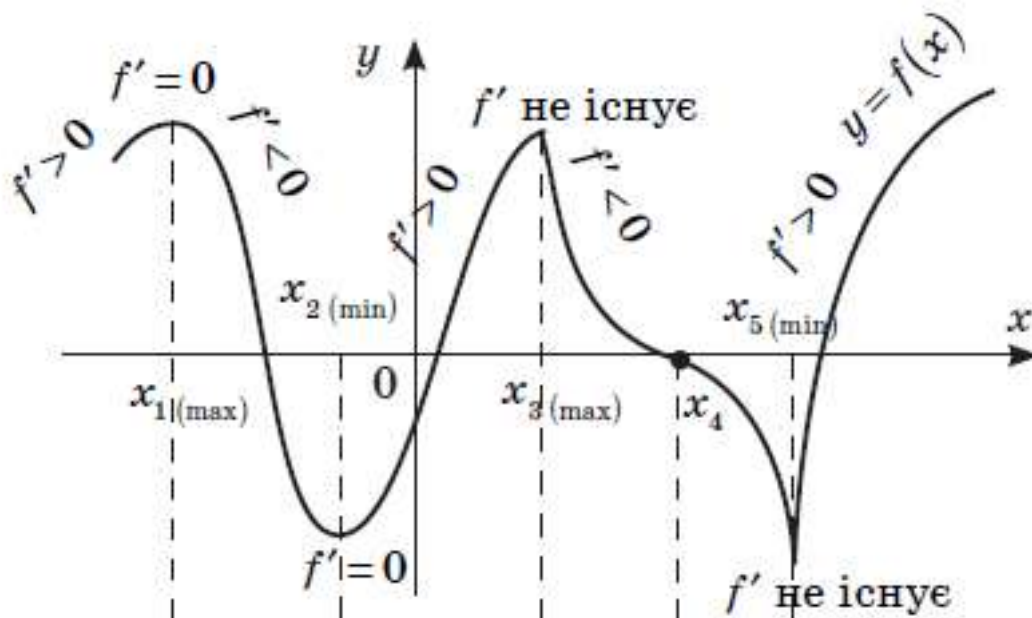


Враховуючи достатні умови зростання і спадання функції, маємо, що в тих інтервалах, де похідна додатна, функція $f(x)$ зростає, а в тих інтервалах, де похідна від'ємна, функція $f(x)$ спадає. Отже, функція $f(x)$ зростає на кожному з інтервалів $-\infty; -1$ та $1; +\infty$ і спадає на інтервалі $-1; 1$.

Схема знаходження проміжків зростання та спадання функції $y = f(x)$

1. Знайти область визначення функції $f(x)$.
2. Знайти похідну $f'(x)$.
3. З'ясувати, у яких внутрішніх точках області визначення похідна $f'(x)$ дорівнює нулю або не існує (тобто знайти критичні точки функції $f(x)$).
4. Позначити знайдені точки на області визначення функції і знайти знак $f'(x)$ у кожному з проміжків, на які розбивається область визначення функції (знак можна визначити, обчисливши значення $f'(x)$ у будь-якій точці проміжку).

Критичними точками функції $f(x)$ можуть бути лише **ВНУТРІШНІ ТОЧКИ ОБЛАСТІ ВИЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІЇ $f(x)$** . Такими є не тільки точки, у яких похідна дорівнює нулю, але й ще такі, у яких похідна не існує.



Завдання

В усіх завданнях N - ваш порядковий номер у класному журналі

№ N	ПІБ
1	Анастасова Карина Вікторівна
2	Байрамова Султана Фазіль кизи
3	Бакай Владислав
4	Бондаренко Віта Володимирівна
5	Горбань Анастасія Дмитрівна
6	Євглевська Анастасія Олегівна
7	Жохова Анастасія Валеріївна
8	Зелентінов Володимир Володимирович
9	Кіба Анна Федорівна
10	Кобилянська Софія Олександрівна
11	Коровіна Анастасія Олександрівна
12	Косяк Яна Сергіївна
13	Кравченко Денис Олександрович
14	Кузіна Дарина Тельманівна
15	Ліщенко Микита Андрійович
16	Марчук Юлія Іванівна
17	Маскіна Юлія Русланівна
18	Обручникова Юлія Андріївна
19	Оренчак Віталій Вікторович
20	Приймак Ганна Юріївна

21	Скуратовська Дар'я Валеріївна
22	Таценко Вадим Олексійович
23	Тимошичев Микита Павлович
24	Цаль Яна Олександрівна
25	Шеховцова Марина Андріївна
26	Якунін Дмитро Ігорович
27	Ярічевська Златослава Олегівна

1°. Знайдіть критичні точки функції $f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{N^2 x^3}{3}$.

2°. Знайдіть критичні точки функції $f(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{Nx^3}{3}$.

3°. Знайдіть критичні точки функції:

а) $y = 4(x - N)^2 + 1$;

б) $y = 4(x + N)^2 + 4$.

4°. Знайдіть проміжки монотонності функції $f(x) = x^2 - 2Nx + N$.

5°. Знайдіть проміжки монотонності функції $f(x) = N - 2x^2 - 4Nx$.

6°. Знайдіть критичні точки функції

$$f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{2N+1}{3}x^3 + Nx^2 - 20.$$

7. Знайдіть критичні точки функції

$$f(x) = 0,25x^4 - (2N+1)x^3 + 9Nx^2 + 15$$

8°. Знайдіть проміжки спадання функції

$$f(x) = 6x^4 - (2+8N)x^3 + 3Nx^2.$$

9°. Знайдіть проміжки зростання функції

$$f(x) = 3Nx^2 - (2-8N)x^3 - 6x^4.$$

10°. Знайдіть критичні точки функції $f(x) = (N-x)^2x$.

11°. Знайдіть критичні точки функції $f(x) = (3N-x)^2x$.

12°. Знайдіть проміжки спадання функції $f(x) = \frac{x^2 + N^2}{x}$.

13°. Знайдіть проміжки зростання функції $f(x) = \frac{x}{x^2 + N^2}$.